

文章编号: 1000-7598-(2007) 07-1483-04

负摩擦作用下 PCC 桩沉降计算

刘汉龙, 张晓健

(河海大学 岩土工程研究所, 南京 210098)

摘 要: 从桩-土相互作用的机制出发, 建立了均质地基中 PCC 桩负摩阻力传递的弹性微分方程。提出了基于有限差分法的一种桩身位移的迭代算法, 计算结果表明, 该计算方法收敛性好, 且符合实际情况。根据中性点定义得出其位置在桩身中下部, 与以往的研究结果相吻合。结果还表明, PCC 桩比等截面的实心桩有较小的沉降。

关 键 词: 负摩阻力; 有限差分法; 迭代; 中性点

中图分类号: TU 413

文献标识码: A

Calculation of settlement of PCC pile subjected to negative skin friction

LIU Han-long, ZHANG Xiao-jian

(Institute of Geotechnical Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China)

Abstract: Based on mechanism of pile-soil interaction, the elastic differential equation of negative skin friction in homogeneous ground is established. An iterative procedure on the basis of finite differential method to calculate displacement of a pile body is proposed. The computing results indicate that the procedure given in this paper is of good convergence and well coincident with reality. The neutral point appears below the pile body according to its definition, showing the agreement with the previous conclusions. The results also show that PCC pile has a small settlement compared with the solid pile of equal cross section area.

Key words: negative skin friction; finite differential method; iteration; neutral point

1 前 言

现浇混凝土薄壁管桩技术^[1, 2] (Cast-in-situ Concrete thin-wall Pipe pile, 以下简称 PCC 桩) 已经广泛应用于高速公路建设中, 如江苏盐通高速公路、上海嘉浏高速公路以及南京环城高速公路拓宽软基加固工程等。然而理论研究却落后于实践, 其中对负摩擦力的研究尚未有较多进展。负摩擦力的产生加大了桩身的下拉荷载, 也加大了上部结构的沉降, 国内外由于没有考虑负摩擦力导致工程事故的例子也不在少数。而 PCC 桩多用于公路建设中, 因此, 研究路堤下 PCC 桩的负摩擦力性状具有现实的意义。

在我国沿海一带, 路堤下地基土一般为近期沉积的淤泥质软黏土, 有时为了满足工程需要, 通常地基土需要承受大面积的堆载作用, 使得地基中的桩基础产生负摩阻力。对于桩侧负摩阻力的确定, 一般工程采用中性点来估计, 对于重要工程则需要

通过现场试验来确定, 这需要消耗很高的费用和较长的时间。有限单元法虽然分析比较方便, 但是所需的参数较多且不易选取, 也受到一定的局限性。因此, 本文提出了一种基于有限差分法的桩身位移迭代计算方法, 对路堤下的 PCC 桩进行负摩阻力沉降分析, 加深对 PCC 桩负摩阻力问题的认识, 为工程应用提供可靠的理论依据。

2 PCC 单桩负摩阻力模型

在软弱地基中, 地表面承受大面积的堆土填载作用时, 地基土内会产生超静孔隙水压力, 随着时间的推移, 土体内的超静孔隙水压力会消散, 土体就会产生固结沉降。处于这种地基中的桩基, 在桩身较大范围内, 地基土的沉降大于桩基的沉降量, 就会产生负摩阻力。已有研究表明, 在软黏土地基中, PCC 桩的闭塞效应很小^[3], 且通过室内试验说明, 在 PCC 桩内部桩芯土发挥内摩阻力作用^[4]。通过研究还得出, 在 PCC 桩内部不产生负摩阻力, 只

收稿日期: 2005-08-12

作者简介: 刘汉龙, 男, 1964 年生, 教授, 博导, 主要从事岩土力学与工程科研、教学工作。

产生正摩阻力作用^[5]。假定内摩阻力沿桩长发挥,那么当桩体在外部负摩阻力作用下产生沉降时,内部的正摩阻力将逐渐发挥出来,此时桩身轴力与侧壁摩阻力的关系将发生变化。因此,PCC 桩沉降是一个外部负摩阻力和内部正摩阻力不断协调的过程,直至最终稳定为止。

如图 1 所示,在初始时刻桩身轴力与侧壁摩阻力之间关系满足(假定竖直向上为正方向):

$$\frac{\partial P(z)}{\partial z} = -2\pi R_0 \tau_s(z, R_0) \quad (1)$$

式中: $P(z)$ 为桩身轴力; R_0 为桩外径; $\tau_s(z, R_0)$ 为深度 z 处的侧壁摩阻力。又桩身轴力与桩身位移之间的关系为

$$\frac{\partial w_p(z)}{\partial z} = -\frac{P(z)}{E_p A} \quad (2)$$

式中 E_p 为桩身弹性模量; A 为桩身横截面面积。

结合式 (1) 可得桩身轴力和位移的关系为

$$\frac{\partial^2 w_p(z)}{\partial z^2} = \frac{2\pi R_0 \tau_s(z, R_0)}{E_p A} \quad (3)$$

由弹性理论可知,土体中一点的剪应力和剪应变的关系为

$$\frac{\tau_s(z, r)}{G_s} = -\left(\frac{\partial w_s(z, r)}{\partial r} + \frac{\partial u_s(z, r)}{\partial z}\right) = -\frac{\partial w_s(z, r)}{\partial r} \quad (4)$$

式中: G_s 为土体的剪切模量; $w_s(z, r)$ 为桩周土体的位移,遵循如下关系^[6](这里假定桩土界面处位移变形协调):

$$w_s(z, r) = S(z, t) - [S(z, t) - w_p(z)] \frac{\ln(r_m / r)}{\ln(r_m / R_0)} \quad (5)$$

式中: r_m 为桩对土体的最大影响半径, $S(z, t)$ 为桩周土的固结沉降。

根据负摩阻力的产生机制可知,桩侧负摩阻力的实质是土的剪切应变引起的,因此,可以将侧摩阻力看作是土的剪应力,因此结合式 (3) ~ (5) 可得桩体微分方程为

$$\frac{\partial^2 w_p(z)}{\partial z^2} = -\frac{2\pi G_s [S(z, t) - w_p(z)]}{E_p A \ln(r_m / R_0)} \quad (6)$$

令 $\lambda^2 = \frac{2\pi G_s}{E_p A \ln(r_m / R_0)}$, 则式 (6) 变为

$$\frac{d^2 w_p(z)}{dz^2} - \lambda^2 w_p(z) = -\lambda^2 S(z, t) \quad (7)$$

式 (7) 即为承受负摩擦作用的初始桩体微分方程。

根据式 (7) 可以解出 $w_p^{(1)}(z)$, 以往多数研究即到此为止。然而随着桩身位移的产生,内壁的正摩阻力将随之发挥出来(如图 1),因此,侧壁摩阻力与桩身轴力的关系将发生变化,式 (1) 变为

$$\frac{\partial P(z)}{\partial z} = -2\pi R_0 \tau_s(z, R_0) - 2\pi r_0 k r(z) \quad (8)$$

式中: r_0 为桩内壁半径; $r(z)$ 为深度 z 处桩内壁与桩芯土的相对位移; k 为地基土的抗剪刚度。则式

(7) 变为

$$\frac{d^2 w_p^{(2)}(z)}{dz^2} - \lambda^2 w_p^{(2)}(z) = -\lambda^2 S(z, t) + \frac{k \lambda^2 \ln(r_m / R_0) r_0}{G_s} r^{(1)}(z) \quad (9)$$

式 (9) 即为承受负摩擦力 PCC 桩桩身位移的递推方程,假定在初始时刻 $w_p^{(0)}(z) = 0$ 。

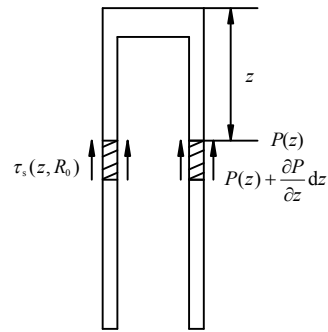


图 1 桩身单元分析

Fig.1 Analysis of pile unit

3 桩身位移的数值计算

对于微分方程 (7) 和 (9) 的求解,当桩基处于均质地基中时,地基土的剪切模量为常数,因此,可求得解析解,但求解过程较为繁琐。为此可以运用数值分析的方法求解二阶微分方程,而最简单常用的就是有限差分法。用差商逼近一、二阶导数,从而将方程离散为差分方程进行求解,从式 (9) 可以看出,这种计算方法同样适用于非均质地基。

将桩身分为 n 个单元,每个单元的长度为 Δh ,桩周土也分为 n 层,且分界面与桩身单元分界面一致。则 $w_p(z)$ 的一、二阶导数分别为

$$w'_{pi} = (w_{pi+1} - w_{pi}) / \Delta h \quad (10)$$

$$w''_{pi} = (w_{pi+2} - 2w_{pi+1} + w_{pi}) / \Delta h^2 \quad (11)$$

则对于第 $m+1$ 次计算,式 (9) 的微分方程可以离散成:

$$w_{pi}^{(m+1)} - 2w_{pi-1}^{(m+1)} + (1 - \lambda^2 \Delta h^2) w_{pi-2}^{(m+1)} = -\lambda^2 \Delta h^2 S_i(t) + \frac{k \lambda^2 \Delta h^2 \ln(r_m / R_0) r_0}{G_s} r_i \quad (12)$$

其桩顶和桩端边界条件为

$$\left. \begin{aligned} w^{(m+1)} p_2 - w^{(m+1)} p_1 &= \frac{p_0 \Delta h}{E_p A_p} \\ w^{(m+1)}_{pn+1} - w^{(m+1)}_{pn} &= \frac{K_b}{A_p E_p} \Delta h w^{(m+1)}_{pn+1} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

则式(12)可以改写成矩阵形式:

$$\begin{bmatrix} -1 & 1 & & & \\ 1-\lambda^2\Delta h^2 & -2 & 1 & & \\ & 1-\lambda^2\Delta h^2 & -2 & 1 & \\ & & \dots\dots & & \\ & & & 1-\lambda^2\Delta h^2 & -2 & 1 \\ & & & & -1 & 1-\frac{K_b}{A_p E_p}\Delta h \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} w_{p1}^{(m+1)} \\ w_{p2}^{(m+1)} \\ w_{p3}^{(m+1)} \\ \dots \\ w_{pn}^{(m+1)} \\ w_{pn+1}^{(m+1)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{p_0\Delta h}{E_p A_p} \\ -\lambda^2\Delta h^2 S_3(t) + \frac{k\lambda^2\Delta h^2 \ln(r_m/R_0)r_0}{G_s} r_3(z) \\ -\lambda^2\Delta h^2 S_4(t) + \frac{k\lambda^2\Delta h^2 \ln(r_m/R_0)r_0}{G_s} r_4(z) \\ \dots \\ -\lambda^2\Delta h^2 S_{n+1}(t) + \frac{k\lambda^2\Delta h^2 \ln(r_m/R_0)r_0}{G_s} r_{n+1}(z) \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (14)$$

其中 k_b 为桩端地基土抗力系数, p_0 为桩顶压力。

利用数值分析的方法, 由上式可以很容易求得 $\{w_{pi}^{(m+1)}\}$ 序列, 规定收敛标准为 ε , 直到 $\|w_{pi}^{(m+1)} - w_{pi}^{(m)}\| \leq \varepsilon$ 停止计算。

通过对 PCC 桩的研究分析可知, 内部摩阻力应该在桩端处最大, 向上以较大的速率递减。以往假定管桩内壁摩阻力自下而上呈指数分布, 认为管桩在达到破坏之前桩端处的内侧摩阻力已经全部发挥, 其值等于桩端处的外侧摩阻力^[7], 离桩端向上距离为 s 处土体的极限内侧阻力标准值为

$$q_{inf} = q_{sk} e^{-s} \quad (15)$$

式中 q_{sk} 为桩端处土体极限侧阻力标准值。

然而将摩阻力标准值作为实际内摩阻力的大小明显不妥。费康通过大量的数值计算也得出了内摩阻力自桩端向上迅速递减的结论^[3]。因此, 假定内部相对位移自桩端向上亦呈指数分布递减, 则深度为 z 处的相对位移为

$$r(z) = r_b e^{z-l} \quad (16)$$

式中: l 为桩入土深度; r_b 为桩端位移。

代入式(14)就可以计算出最终的桩身沉降值。对地基土的最终沉降量 $S(z, t)$, 可以按照太沙基一维固结理论, 以分层总和法来计算, 且认为桩侧土的沉降是线性减少的, 且在桩顶处最大, 桩端处为 0。

4 算例分析

假设一均质软土地基中埋有 PCC 桩基础, 地基土为均质黏土。单桩长 $l = 16.8$ m, (PCC 桩一般为 20 m 左右), 外半径 $R_0 = 0.5$ m, 内半径 $r_0 = 0.38$ m, 桩身的弹性模量 $E_p = 2.0 \times 10^4$ MPa, 地基土的剪切模量为 $G_s = 2.5 \times 10^3$ kPa, 弹性阶段地基土的抗剪刚度为 $k = 3.0 \times 10^3$ kN/m³, 其桩端土地基抗力系数为 $k_b = 3.5 \times 10^4$ kN/m。(以上数据的量级均参考有关文献^[6,8], 数值基本上和实际情况相符)。

对于影响半径的取值, 可按照文献[9]中的方法

进行计算。对于桩周土的沉降, 理论上应该根据实际情况用分层总和法求得固结沉降, 但这里为了计算的简化, 取桩周土沉降为 -100 mm (以往模拟堆载时土体沉降一般为 10cm 左右^[3]), 根据之前假定其值随深度呈线性变化关系, 在桩端处近似为 0。然后将桩身分成 20 个单元, 用上述方法建立迭代计算矩阵, 采用 FORTRAN 90 编制程序求解方程组。规定收敛标准 $\varepsilon = 1.0 \times 10^{-3}$, 最终计算出 PCC 桩的沉降。计算结果如图 2 所示。

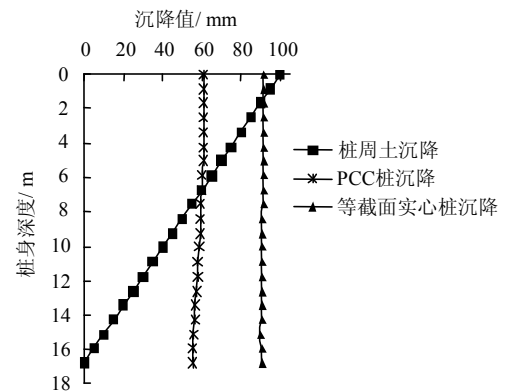


图2 桩与桩周土沉降图

Fig.2 Settlement of pile and soil around the pile body

从上图可以看出, 在上部大面积堆载作用下, PCC 桩沉降较小, 桩顶沉降为 60.9 mm, 在约 7.0 m 处桩身沉降与周围土体沉降一致, 表明中性点即在这个位置。

为了与等截面的实心桩进行比较, 不进行内摩阻力的计算, 所得桩顶沉降为 91.4 mm, 可见负摩擦区的范围很小, 几乎不产生负摩阻力。因而 PCC 桩的中性点位置偏下, 虽然作用有较大的负摩阻力, 但有着较小的沉降。由此可见, 在混凝土用量相同的情况下, PCC 桩的处理效果要优越于同截面的实心桩。

有了位移序列后按照下式计算桩身轴力分布:

$$\{p_i\} = \{-E_p A(w_{pi+1} - w_{pi}) / \Delta h\} \quad (17)$$

根据轴力分布也可以确定中性点位置, 轴力分布如图 3 所示。

从图 3 中可以看出, 桩身轴力随深度逐渐增大, 至约 9.24 m 处达到最大值, 说明此处应为中性点。这与上述通过沉降比较得出的中性点位置有所偏差, 经分析是由于之前假定了土体在桩端处的沉降为 0, 使得土体沉降曲线与桩身位移曲线的交点偏上, 而实际上桩端处土体有一定的沉降量, 因此, 实际中性点位置应比图 2 中有所下移, 接近图 3 中的位置, 两者基本上是一致的, 约在桩身中点偏下处。以往研究得出, 在黏土地基中, 桩身负摩阻力中性点深度约为 $0.5L \sim 0.6L$, 但这是为了设计的需要而采用的安全取值^[10], 实际上中性点深度要偏小, 由此可见, 上述计算得出的 PCC 桩中性点位置符合经验规律, 且较一般实心桩有所下移。

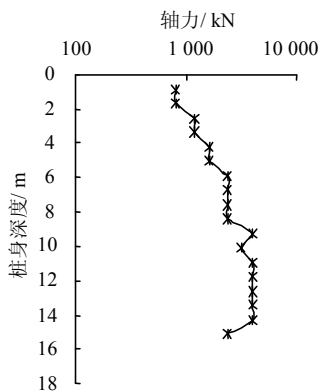


图 3 桩身轴力分布图

Fig.3 Distribution of axial forces along pile body

5 结 论

本文从桩-土相互作用的机制出发, 分析了路堤下 PCC 桩在承受负摩阻力作用时的沉降特性, 得出如下结论:

(1) 建立了均质地基中 PCC 单桩负摩阻力微分方程, 并提出了一种基于有限差分法的桩身位移迭代计算方法, 考虑了桩内摩阻力的计算。通过分析, 结果符合一般规律, 验证了方法的合理性。

(2) 计算结果表明, 对于同截面的 PCC 桩和实心桩, 在上部荷载作用下, PCC 桩有着较小的沉降, 中性点位置偏下, 这样虽然其作用有较大的负摩阻力, 但最为关键的沉降量小了, 因此, 还是要优越于同截面的实心桩;

(3) 计算结果还表明, 在黏土地基中 PCC 桩的中性点位置约为 $0.5L$ 处, 这与以往试验研究得出的中性点位置基本相符。

参 考 文 献

- [1] 刘汉龙, 费康, 马晓辉, 等. 振动沉模大直径现浇薄壁管桩技术及其应用 (I): 开发与研制[J]. 岩土力学, 2003, 24(2): 164—168.
LIU Han-long, FEI Kang, MA Xiao-hui, et al. Cast-in-situ concrete thin-wall pipe pile with vibrated and steel tube mould technology and its application (I): Development and design[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2003, 24(2): 164—168.
- [2] 刘汉龙, 郝小员, 费康, 等. 振动沉模大直径现浇薄壁管桩技术及其应用 (II): 工程应用与现场试验[J]. 岩土力学, 2003, 24(3): 372—375.
LIU Han-long, HAO Xiao-yuan, FEI Kang, et al. Field pour concrete thin wall cased pile technology and its application (II): Application and In-situ test[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2003, 24(3): 372—375.
- [3] 费康. 现浇混凝土薄壁管桩的理论与实践[博士论文 D]. 南京: 河海大学, 2004.
- [4] 张晓健, 刘汉龙, 高玉峰. PCC 桩芯土室内模型试验研究[J]. 土木工程学报, 录用待刊.
- [5] 张晓健, 刘汉龙, 高玉峰, 等. PCC 桩负摩阻力作用机制初探[J]. 岩土力学, 2005, 26(增): 91—94.
ZHANG Xiao-jian, LIU Han-long, FEI kang, et al. Study on mechanism for negative skin friction of cast-in-situ concrete thin-wall pipe (PCC)pile[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2005, 26(Supp.): 91—94.
- [6] 屠毓敏, 俞洪良. 负摩擦桩非线性分析[J]. 中国公路学报, 2001, 14(1): 31—34.
TU Yu-min, YU Hong-liang. Nonlinear analysis of negative skin friction pile[J]. **China Journal of Highway and Transport**, 2001, 14(1): 31—34.
- [7] 魏纲, 袁斌. 现浇混凝土薄壁筒桩竖向承载特性分析[J]. 水利水电技术, 2004, 35(9): 84—87.
WEI Gang, YUAN Bin. Study on axial bearing properties of cast-in-place concrete thin wall tubular piles[J]. **Water Resources and Hydropower Engineering**, 2004, 35(9): 84—87.
- [8] 陈龙珠, 梁国钱, 朱金颖, 等. 桩轴向荷载-沉降曲线的一种解析算法[J]. 岩土工程学报, 1994, 16(6): 30—38.
CHEN Long-zhu, LIANG Guo-qian, ZHU Jin-ying, et al. Analytical calculation of axial loading-settlement curve of piles[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 1994, 16(6): 30—38.
- [9] 袁建新, 钟晓雄. 桩荷载与变位的数值模拟分析[J]. 岩土力学, 1991, 12(1): 1—8.
YUAN Jian-xin, ZHONG Xiao-xiong. Numerical simulation of the load-displacement response of pile[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 1991, 12(1): 1—8.
- [10] 叶建良, 汪国香, 吴翔, 等. 桩基工程[M]. 中国地质大学出版社, 2000.